



## Programmierprojekt zur Vorlesung ALGORITHMISCHE MATHEMATIK II

(Abgabe: spätestens am 21.06.2016)

### Die Aufgabe

In der Ebene  $\mathbb{R}^2$  sind endlich viele Strecken  $s_1, \dots, s_k$  gegeben, wobei die Endpunkte  $(x_i, y_i)$  und  $(x'_i, y'_i)$  jeder Strecke  $s_i$ , mit  $1 \leq i \leq k$ , ganzzahlige Koordinaten haben und die Strecke  $s_i$  vertikal oder horizontal ist. Das heißt für jedes  $i$  ist die Bedingung  $x_i, y_i, x'_i, y'_i \in \mathbb{Z}$  sowie die Bedingung  $x_i = x'_i$  oder  $y_i = y'_i$  erfüllt.

Die Menge  $Z := \bigcup_{i=1}^k s_i$  ist ein 'Zaun', welcher die Ebene in endlich viele zusammenhängende Gebiete einteilt. Mit anderen Worten zerfällt die offene Menge  $\mathbb{R}^2 \setminus Z$  in endlich viele Zusammenhangskomponenten  $G_1, \dots, G_\ell$ . Auch die Menge  $Z$  zerfällt in endlich viele Zusammenhangskomponenten  $Z_1, \dots, Z_m$ ; das sind die zusammenhängenden 'Zaunkomplexe'. Darüber hinaus unterscheiden wir zwischen den Mengen  $Z_i$ , mit  $1 \leq i \leq m$ , die mindestens zwei Gebiete aus  $\{G_1, \dots, G_\ell\}$  voneinander trennen und den Mengen  $Z_i$ , die mit nur einem Gebiet  $\{G_1, \dots, G_\ell\}$  verbunden sind. Schreiben Sie ein Programm in C/C++, welches für gegebene  $s_1, \dots, s_k$  die folgenden drei Werte berechnet:

- (a) die Anzahl  $\ell$  der Zusammenhangskomponenten von  $\mathbb{R}^2 \setminus Z$ ,
- (b) die Anzahl  $m$  der Zusammenhangskomponenten von  $Z$ ,
- (c) die Anzahl  $t$  der Zusammenhangskomponenten von  $Z$ , welche mindestens zwei Gebiete aus  $\{G_1, \dots, G_\ell\}$  voneinander trennen.

### Erklärung der topologischen Begriffe

Für  $a, b \in \mathbb{R}^2$  bezeichnen wir als  $[a, b]$  die Strecke mit Endpunkten  $a$  und  $b$ .

Ist  $X \subseteq \mathbb{R}^2$  und  $x \in X$ , so definieren wir in dieser Aufgabe die *Zusammenhangskomponente des Punktes  $x$  in der Menge  $X$*  als die Menge aller Punkte  $y \in X$ , für die eine endliche Folge  $p_0, \dots, p_n$  von Punkten existiert, mit  $p_0 = x$ ,  $p_n = y$  und  $[p_i, p_{i+1}] \subseteq X$  für alle  $i$  mit  $0 \leq i < n$ . Eine *Zusammenhangskomponente von  $X$*  ist als eine Zusammenhangskomponente eines Punktes in  $X$  definiert.

Wir nennen  $Z_i$  und  $G_j$  *verbunden*, wenn für einen Punkt  $p$  aus  $Z_i$  jede Umgebung von  $p$  Punkte aus  $G_j$  enthält. Wir sagen, dass  $Z_i$  zwei Gebiete  $G_{j'}$  und  $G_j$  mit  $j \neq j'$  *voneinander trennt*, wenn  $Z_i$  mit  $G_j$  sowie  $G_{j'}$  verbunden ist.

## Format der Ein- und Ausgabe

Die Eingabe wird aus der Datei *input.txt* eingelesen und hat das Format

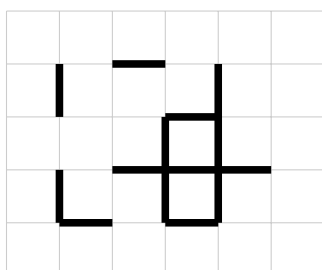
$$\begin{array}{cccc} k & & & \\ x_1 & y_1 & x'_1 & y'_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_k & y_k & y'_k & y'_k \end{array}$$

Die Ausgabe erfolgt in die Konsole und hat das Format

$$\ell \quad m \quad t$$

Als Beispiel betrachten wir die folgende Menge  $Z$ , die durch die Folge  $s_1, \dots, s_8$  von 8 Strecken gegeben ist.

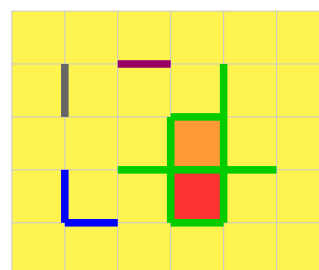
Die Menge  $Z$



input.txt

```
9
0 0 1 0
0 0 0 1
3 3 3 0
3 0 2 0
2 0 2 2
2 2 3 2
1 3 2 3
1 1 4 1
0 2 0 3
```

Die Zusammenhangskomponenten von  $\mathbb{R}^2 \setminus Z$  und  $Z$



Die Zusammenhangskomponenten von  $\mathbb{R}^2 \setminus Z$  und  $Z$  sind in der Abbildung oben farbig unterlegt: Gelb, orange und rot bei  $\mathbb{R}^2 \setminus Z$  sowie grau, violett, grün und blau bei  $Z$ . Hierbei ist das gelbe Gebiet unbeschränkt. Die grüne Zusammenhangskomponente von  $Z$  ist die einzige Zusammenhangskomponente, die mit mehr als einem Gebiet verbunden ist. Die Ausgabe für dieses Beispiel ist somit

$$3 \quad 4 \quad 1$$

Es gilt:

(a)  $\ell = 3$ , da  $\mathbb{R}^2 \setminus Z$  in drei Zusammenhangskomponenten  $G_1, G_2, G_3$  zerfällt,

- (b)  $m = 4$ , da  $Z$  in 4 Zusammenhangskomponenten  $Z_1, \dots, Z_4$  zerfällt,
- (c)  $t = 1$ , da nur eine Zusammenhangskomponente von  $Z$  mindestens zwei verschiedene Gebiete aus  $\{G_1, G_2, G_3\}$  voneinander trennt.

## Hinweise zur Abgabe

- Zum Testen des Codes nutzen Sie die Input-Dateien auf der Homepage.
- Jede einzelne Quell-Datei soll mit einem Kommentar der Form

*%Vorname1 Nachname1 Matrikelnummer1*

*%Vorname2 Nachname2 Matrikelnummer2*

*%Vorname3 Nachname3 Matrikelnummer3*

beginnen

- Alle zum Kompilieren notwendigen .cpp- und .hpp-Dateien für jede einzelne Aufgabe sollen in einem Ordner mit dem Namen *Nachname1\_Nachname2\_Nachname3* enthalten sein. Der Ordner sollen gezippt werden und die .zip-Datei soll per Mail an die Adresse *clemens.zeile@ovgu.de* mit Betreff “*Algorithmische Mathematik Programmierprojekt*” gesendet werden. Kommentare in der E-Mail sowie in Textdateien außerhalb des Codes sind nicht notwendig und werden nicht gewertet.
- Der Code muss so formatiert und kommentiert sein, dass die Kontrolleure in der Lage sind, den Code zu verstehen.