



10. Übung zur Vorlesung

ALGORITHMISCHE MATHEMATIK II

(Abgabe: spätestens Dienstag, 5.07.2016, 15:15 Uhr, d.h. vor der Vorlesung)

1. Aufgabe (Votieraufgabe)

4 Punkte

Im Folgenden sei $x \in \{0,1\}^*$ ein String. Geben Sie jeweils die komplette Beschreibung einer Turing-Maschinen (TM) an, in Textform und in tabellarischer Form (wie in Beispiel 4.1 der Vorlesung), welche die folgenden Funktionen berechnet:

1. Sei die Funktion $f : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}$ mit $f(x) = 1$, wenn die Länge von x ungerade ist und $f(x) = 0$ sonst.
2. Sei f die Funktion, welche die zyklische Verschiebung

$$x_1 \dots x_n \mapsto x_2 \dots x_n x_1$$

auf $\{0,1\}^*$ umsetzt.

2. Aufgabe

4 Punkte

Entscheiden Sie ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und geben Sie eine Begründung.

1. Die Sprache $L = \{\underbrace{1 \dots 1}_k \mid k \in \mathbb{N}, k \geq 2 \text{ ist keine Primzahl}\}$ gehört in die Klasse \mathcal{P} , d.h. $L \in \mathcal{P}$.
2. Die Sprache $L = \{\lceil k \rceil \mid k \in \mathbb{N}, k \geq 2 \text{ ist keine Primzahl}\}$ gehört in die Klasse \mathcal{NP} , d.h. $L \in \mathcal{NP}$.

3. Aufgabe (Votieraufgabe)

3 Punkte

Beweisen Sie das folgende Theorem aus der Vorlesung: Jede Sprache aus \mathcal{NP} kann in der Zeit $\mathcal{O}(2^{n^d})$ mit $d \in \mathbb{N}$ entschieden werden.

4. Aufgabe (Votieraufgabe)

7 Punkte

Sei ein ungerichteter, gewichteter, vollständiger Graph $G = (V, E, w)$, mit Knoten V , Kanten E und den Gewichten $w : E \rightarrow \mathbb{N}_0$. Die Funktion $f : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ berechnet das Gewicht eines minimalen Hamiltonkreises in einem Graphen.

1. Sei A ein Algorithmus mit dem Sie entscheiden können, ob für einen gegebenen Graph G und ein $k \in \mathbb{N}$ ein Hamiltonkreis p in G mit $w(p) \leq k$ existiert. Finden Sie einen Algorithmus B , der mit möglichst geringer Anzahl von Aufrufen von A f berechnet.
2. Zeigen Sie wie man mit Hilfe von B einen minimalen Hamiltonkreis finden kann.

Hinweis: Die Punkte dieser Aufgabe sind Bonuspunkte. Das heißt mit 11 Punkten hat man auf diesem Übungsblatt bereits 100% erreicht.