Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
Institut für Mathematische Optimierung
Sommersemester 2016
Prof. Gennadiy Averkov
Clemens Zeile
Benjamin Peters

8. Übung zur Vorlesung

Algorithmische Mathematik II

(Abgabe: spätestens Dienstag, 31.05.2016, 15:15 Uhr, d.h. vor der Vorlesung)

1. Aufgabe (Votieraufgabe) **3 Punkte**

Definition: Gegeben sei ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $E = \{e_1, \ldots, e_m\}$, $m, n \geq 1$ ohne Schleifen. Dann ist die Inzidenzmatrix $\mathbf{B}_G = (b_{ij})_{i \in \{1,\ldots,n\}, j \in \{1,\ldots,m\}}$ definiert durch

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls } e_j = (v_i, x) \\ 0 & \text{falls } v_i \notin e_j \\ -1 & \text{falls } e_j = (x, v_i) \end{cases},$$

wobei $x \in V$ hier einen beliebigen Knoten darstellt.

Aufgabe:
Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender, gerichteter Graph, mit $V = v_1, \ldots, v_n$ und $E = e_1 \ldots e_m$. Berechnen Sie den Rang der Inzidenzmatrix von G.

2. Aufgabe (Votieraufgabe) **3 Punkte**

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten und m Kanten, wobei $m > \binom{n-1}{2}$ sein soll. Zeigen Sie, dass unter diesen Bedingungen der Graph G zusammenhängend sein muss.

3. Aufgabe **3 Punkte**

1. Geben Sie zwei verschiedene Bäume mit genau vier Knoten an, bei denen die Knoten bei der Tiefensuche und der Breitensuche jeweils in gleicher Reihenfolge besucht werden.

2. Geben Sie einen Baum mit einer Mindesttiefe von vier an (Wurzel hat Tiefe 0), bei dem die Tiefensuche weniger Schritte als die Breitensuche bis zu einer Lösung benötigt. Markieren Sie mindestens einen Zielknoten.

3. Geben Sie einen Baum mit einer Mindesttiefe von vier an (Wurzel hat Tiefe 0), bei dem die Breitensuche weniger Schritte als die Tiefensuche bis zu einer Lösung benötigt. Markieren Sie mindestens einen Zielknoten.

4. Aufgabe **4 Punkte**

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph mit n Knoten. Der *Baumgraph* $\mathcal{T}(G)$ hat als Knoten die aufspannenden Bäume des Graphen G; zwei Knoten im Baumgraphen $\mathcal{T}(G)$ sind durch eine Kante verbunden, wenn die beiden zugehörigen aufspannenden Bäume T und $\tilde{T}$ genau $n-2$ Kanten gemeinsam haben (da aufspannende Bäume genau $n-1$ Kanten haben bedeutet dies automatisch das sich T und $\tilde{T}$ in genau einer Kante unterscheiden). Zeigen Sie, dass der Baumgraph $\mathcal{T}(G)$ zusammenhängend ist.

Hinweis: *Betrachten Sie zwei beliebige aufspannende Bäume T und $\tilde{T}$. Konstruieren Sie Bäume $T_1, \ldots, T_k$ mittels derer T in $\tilde{T}$ überführt werden kann und die außerdem einen Weg von T nach $\tilde{T}$ im Baumgraphen $\mathcal{T}(G)$ bilden.*

5. Aufgabe (Programmieraufgabe) **5 Punkte**

Implementieren Sie mit C++ die Prozedur `Breitensuche` , wie in der Vorlesung kennengelernt. Testen Sie Ihr Programm an eigens gewählten Kantenlisten und der auf der Homepage verfügbaren Kantenliste.

Hinweise zur Abgabe:

- Zum Testen des Codes nutzen Sie die **inputKantenliste.txt** auf der Homepage, lesen Sie aus dieser Datei Daten in Ihr Programm.Geben Sie bitte Ihr Ergebnis ebenso in eine Datei des Formats **output.txt** aus.

- Jede einzelne Datei soll mit einem Kommentar der Form:
  % Blatt N Aufgabe A
  %Vorname1 Nachname1 Matrikelnummer1
  %Vorname2 Nachname2 Matrikelnummer2
  beginnen, wobei N die Nummer des Aufgabenblattes und A die Aufgabe bezeichnet.

- Alle zum Kompilieren notwendigen .cpp- und .hpp-Dateien für jede einzelne Aufgabe sollen in einen Ordner mit dem Namen "N_A_Nachname1_Nachname2" gespeichert werden. Alle Ordner sollen einzeln gezippt werden. Die .zip-Dateien sollen zusammen per Mail an die Adresse: clemens.zeile@ovgu.de mit Betreff: "Algorithmische Mathematik 2 Blatt N" gesendet werden. Kommentare in der E-Mail sowie in Textdateien außerhalb des Codes sind nicht notwendig und werden nicht gewertet. Zusätzlich soll der Code in **ausgedruckter** Form in der Vorlesung mit abgegeben werden.

- Der Code muss so formatiert und kommentiert sein, dass ein Zweiter (der Kontrolleur) in der Lage ist den Code zu verstehen.