



## 7. Übung zur Vorlesung

# ALGORITHMISCHE MATHEMATIK II

(Abgabe: spätestens Dienstag, 24.05.2016, 15:15 Uhr, d.h. vor der Vorlesung)

### 1. Aufgabe (Votieraufgabe)

3 Punkte

Sei  $G = (V, E)$  ein gerichteter Graph. Wir führen auf  $V$  eine Erreichbarkeitsrelation ein:  $u \sim v$  genau dann, wenn es einen Pfad von  $u$  nach  $v$  gibt. Nullpfade ( $v$ ) für  $v \in V$  sind ausdrücklich zugelassen und gelten auch als Zyklen. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

1. " $\sim$ " ist eine Äquivalenzrelation.
2. Für je zwei Knoten  $u, v \in V$  impliziert  $u \sim v$  stets, dass es einen Zyklus gibt, der  $u$  und  $v$  enthält.
3.  $\forall u, v \in V : d(u, v) = \infty \Leftrightarrow d(v, u) = \infty$ .

In diesem Falle nennt man die erzeugten Äquivalenzklassen *Zusammenhangskomponenten*; falls  $V$  aus nur einer Zusammenhangskomponente besteht, nennt man  $V$  zusammenhängend.

### 2. Aufgabe (Votieraufgabe)

6 Punkte

Zeigen Sie, dass für einen Graphen  $G = (V, E)$  mit  $n \geq 2$  Knoten die folgenden Aussagen äquivalent sind:

1.  $G$  ist ein Baum, d.h.  $G$  ist zusammenhängend und enthält keinen Kreis.
2.  $G$  ist zusammenhängend und enthält  $n - 1$  Kanten.
3.  $G$  enthält  $n - 1$  Kanten, aber keinen Kreis.
4.  $G$  enthält keinen Kreis und bei Hinfügen einer Kante wird genau ein Kreis erzeugt.
5.  $G$  ist minimal zusammenhängend, d.h.  $G$  ist zusammenhängend und  $G \setminus \{e\}$  ist nicht zusammenhängend für jede Kante  $e \in E$ .
6. Für je zwei Knoten  $u, v \in V$  gibt es genau einen  $(u, v)$ -Weg in  $G$ .

### 3. Aufgabe

4 Punkte

Sei  $G = (V, E)$  ein Digraph und  $s \in V$ . Zeigen Sie, dass  $G$  genau dann einen von  $s$  aus erreichbaren Zyklus enthält, wenn bei der Ausführung der Tiefensuche mit dem Startknoten  $s$  beim Sondieren der Kanten  $(u, v)$  eine Kante einen grauen Endknoten  $v$  hat.

### 4. Aufgabe (Programmieraufgabe)

5 Punkte

**Definition (Spannbaum):** Ein Spannbaum ist ein Teilgraph eines (ungerichteten) Graphen, der ein Baum ist und alle Knoten dieses Graphen enthält.

#### Aufgabe:

Sei  $G = (V, E)$  ein Graph. Schreiben Sie ein C++ Programm, welches die Anzahl der Zusammenhangskomponenten von  $G$  berechnet und, falls  $G$  zusammenhängend ist, einen Spannbaum von  $G$  konstruiert.

#### Hinweise zur Abgabe:

- Zum Testen des Codes nutzen Sie die **inputKantenliste.txt** auf der Homepage, lesen Sie aus dieser Datei Daten in Ihr Programm. Geben Sie bitte Ihr Ergebnis ebenso in eine Datei des Formats **output.txt** aus.
- Jede einzelne Datei soll mit einem Kommentar der Form:  
% Blatt  $N$  Aufgabe  $A$   
%Vorname1 Nachname1 Matrikelnummer1  
%Vorname2 Nachname2 Matrikelnummer2  
beginnen, wobei  $N$  die Nummer des Aufgabenblattes und  $A$  die Aufgabe bezeichnet.
- Alle zum Kompilieren notwendigen .cpp- und .hpp-Dateien für jede einzelne Aufgabe sollen in einen Ordner mit dem Namen "N\_A\_Nachname1\_Nachname2" gespeichert werden. Alle Ordner sollen einzeln gezippt werden. Die .zip-Dateien sollen zusammen per Mail an die Adresse: clemens.zeile@ovgu.de mit Betreff: "Algorithmische Mathematik 2 Blatt  $N$ " gesendet werden. Kommentare in der E-Mail sowie in Textdateien außerhalb des Codes sind nicht notwendig und werden nicht gewertet. Zusätzlich soll der Code in **ausgedruckter** Form in der Vorlesung mit abgegeben werden.
- Der Code muss so formatiert und kommentiert sein, dass ein Zweiter (der Kontrolleur) in der Lage ist den Code zu verstehen.