



4. Übung zur Vorlesung

ALGORITHMISCHE MATHEMATIK II

(Abgabe: spätestens Dienstag, 03.05.2016, 15:15 Uhr, d.h. vor der Vorlesung)

1. Aufgabe

5 Punkte

Beweisen Sie die Existenz und Eindeutigkeit der Binärdarstellung: Für jedes $n \in \mathbb{N}$ existieren eindeutige $m \geq 0$ und $b_0, \dots, b_m \in \{0, 1\}$ mit $b_m = 1$, so dass

$$n = \sum_{i=0}^m b_i 2^i.$$

2. Aufgabe (Votieraufgabe)

4 Punkte

Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie Folgendes:

- (a) die Binärdarstellung von n hat genau $\lfloor \log_2(n) \rfloor + 1$ Stellen,
- (b) wenn n eine k -stellige Dezimalzahl ist, dann hat die Binärdarstellung weniger als $3,33k + 1$ Ziffern.

Hinweis: $\log_2(10) = 3,3219\dots$ für Teil b).

3. Aufgabe (Votieraufgabe)

3 Punkte

Sei $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$. Geben Sie eine einfache Formel für den folgenden Term an:

$$\prod_{j=2}^n \left(1 - \frac{1}{j^2}\right).$$

Hinweis: Beweis auch ohne Induktion möglich.

4. Aufgabe (Programmieraufgabe)

6 Punkte

Schreiben Sie zwei C++ Programme, die für eine gegebene ungeordnete Liste von Zahlen berechnet, wie oft jede Zahl vorkommt. Nutzen Sie dazu einmal Sortieren-durch-Mischen und einmal Sortieren-durch-Einfügen. Auf der Homepage finden Sie zwei Beispiel-Input-Dateien, mit denen

Sie Ihre Programme testen sollen. Diese enthalten wieder als erstes Element eine Zahl, welche die Länge der Liste angibt. Bitte geben Sie die Häufigkeiten geordnet in `output.txt` aus, das heißt sortierte Tupel mit der jeweiligen Häufigkeit. Die Ausgabe kann beispielsweise in der Form einer Tabelle mit den Spaltenbeschriftungen "Listenelement" und "Anzahl" erfolgen.

Hinweise zur Abgabe:

- Zum Testen des Codes nutzen Sie die `input.txt` auf der Homepage, lesen Sie aus dieser Datei Daten in Ihr Programm. Die Formatierung dieser Datei ist wie folgt: Die erste Zahl gibt die Länge der folgenden Liste an; nach dem ersten Leerzeichen folgt eine Liste von Zahlen, die jeweils durch ein Leerzeichen getrennt sind. Geben Sie bitte Ihr Ergebnis ebenso in eine Datei des Formats `output.txt` aus.
- Jede einzelne Datei soll mit einem Kommentar der Form:
% Blatt N Aufgabe A
%Vorname1 Nachname1 Matrikelnummer1
%Vorname2 Nachname2 Matrikelnummer2
beginnen, wobei N die Nummer des Aufgabenblattes und A die Aufgabe bezeichnet.
- Alle zum Kompilieren notwendigen `.cpp`- und `.hpp`-Dateien für jede einzelne Aufgabe sollen in einen Ordner mit dem Namen "`N_A_Nachname1_Nachname2`" gespeichert werden. Alle Ordner sollen einzeln gezippt werden. Die `.zip`-Dateien sollen zusammen per Mail an die Adresse: `clemens.zeile@ovgu.de` mit Betreff: "Algorithmische Mathematik 2 Blatt N " gesendet werden. Kommentare in der E-Mail sowie in Textdateien außerhalb des Codes sind nicht notwendig und werden nicht gewertet. Zusätzlich soll der Code in **ausgedruckter** Form in der Vorlesung mit abgegeben werden.
- Der Code muss so formatiert und kommentiert sein, dass ein Zweiter (der Kontrolleur) in der Lage ist den Code zu verstehen.